D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA
Poglavje VII.:Eksponentna funkcija
Eksponentne neenačbe

Stran 53, naloga 13

a) $2^x < 3^x$
b) $4^x > 5^x$
c) $3^{x-2} < 4^{x-2}$
č) $7^{x+3} > 8^{x+3}$
d) $5^{-x} > 6^{-x}$
e) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1$
f) $9^x < 1$
g) $0{,}3^x < 1$

Teorija

Rešiti moramo eksponentne neenačbe tipa $a^x < b^x$ oz. $a^x > b^x$. Osnovi sta različni, eksponenta pa enaka. Naloge se lotim na grafični način. Levo stran vzamem za funkcijo $f_1(x) = a^x$, desno za $f_2(x) = b^x$. Narišem grafa obeh funkcij in iz grafa odčitam rešitev.

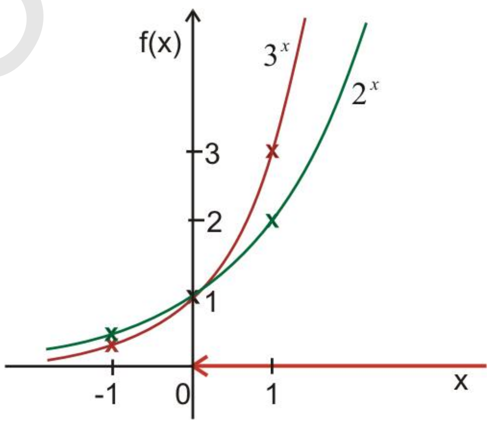
Rešitev

a) $2^x < 3^x$
$x =$

$f_1(x) = 2^x$
$f_2(x) = 3^x$

Narišem oba grafa. Najhitreje to naredim, če obe funkciji tabeliram v $x = -1,\ 0,\ 1$ (glej racionalna funkcija).

x	2^x
-1	1/2
0	1
1	2



x	3^x
-1	1/3
0	1
1	3

Iz grafa odčitam, da je 2^x pod 3^x desno od izhodišča, torej za $x > 0$. Torej ima neenačba $2^x < 3^x$ za rešitev $\underline{x \in (0,\ \infty)}$.

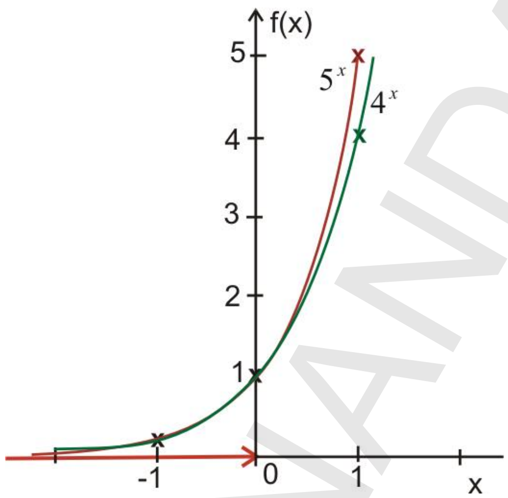
b) $4^x > 5^x$

$x =$

$f_1(x) = 4^x$

$f_2(x) = 5^x$

x	4^x
-1	1/4
0	1
1	4



x	5^x
-1	1/5
0	1
1	5

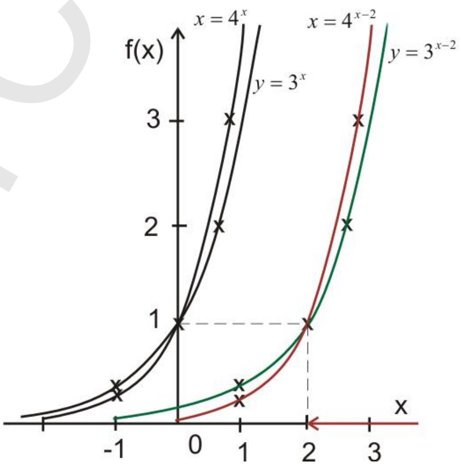
$R:\ x < 0$

c) $3^{x-2} < 4^{x-2}$

$x =$

$f_1(x) = 3^{x-2}$ $f_2(x) = 4^{x-2}$

x	3^x	3^{x-2}
-1	1/3	Po x osi
0	1	3^x za 2
1	4	desno



x	4^x	4^{x-2}
-1	1/4	Po x osi
0	1	4^x za 2
1	4	desno

Odčitam, kje leži graf $y = 3^{x-2}$ pod 4^{x-2}:

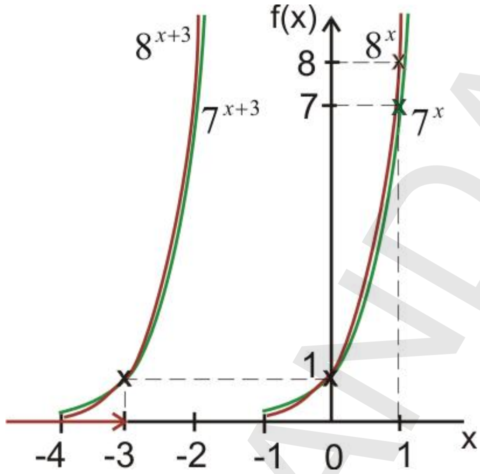
$R:\ x > 2$

č) $7^{x+3} > 8^{x+3}$

$x =$

$f_1(x) = 7^{x+3}$ $f_2(x) = {}^{x+3}$

x	7^x	7^{x+3}
-1 0 1	1/7 1 7	3 levo po x



x	8^x	8^{x+3}
-1 0 1	1/4 1 4	3 levo po x

Iz grafa vidim, da $f_1(x)$ leži nad $f_2(x)$ na intervalu $x < -3$. To je tudi rešitev neenačbe:

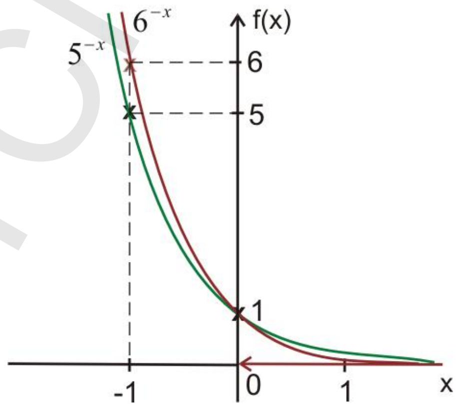
$x < -3$

d) $5^{-x} > 6^{-x}$

$x =$

$f_1(x) = 5^{-x}$ $f_2(x) = 6^{-x}$

x	5^{-x}
-1	5
0	1
1	1/5



x	6^{-x}
-1	6
0	1
1	1/6

Rešitev so x-i, kjer graf $f_1(x)$ leži nad $f_2(x)$:

$x > 0$

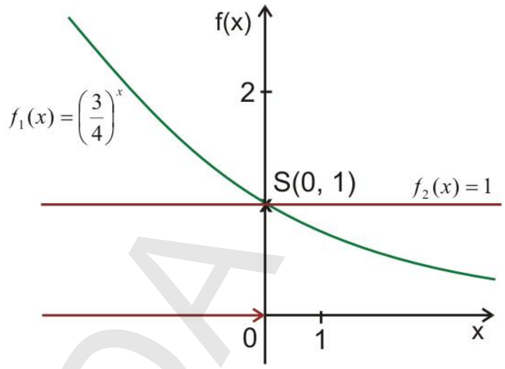
e) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1$

$x =$

$f_1(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$

$f_2(x) = 1$

x	$\left(\frac{3}{4}\right)^x$
-1	4/3
0	1
1	3/4



Še računsko izračunam presečišče $f_1(x) \wedge f_2(x)$:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^0$$

S(x=0, y=1)

Rešitev neenačbe je interval levo od presečišča: $x < 0$

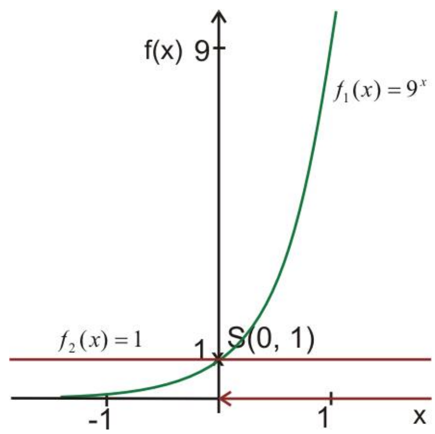
f) $9^x < 1$

$x =$

$f_1(x) = 9^x$

$f_2(x) = 1$

x	9^x
-1	4/3
0	1
1	3/4



Presečišče:

$9^x = 1$

$9^x = 9^0$

S(x=0, y=1)

Rešitev so x-i, kjer graf funkcije 9^x leži nad 1: $x > 0$

g) $0{,}3^x < 1$

$x =$

$f_1(x) = 0{,}3^x$

$f_2(x) = 1$

Presečišče:

$0{,}3^x = 1$

$0{,}3^x = 0{,}3^0$

$S(x = 0,\ y = 1)$

Rešitev: $x > 0$

x	$0{,}3^x = \left(\frac{3}{10}\right)^x$
-1	10/3
0	1
1	3/10