

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

J. Dolenšek, M. Prosen, M. Vagaja: KOTNE FUNKCIJE. TRIGONOMETRIJA

Poglavlje IV.: Grafa funkcij sinus in kosinus

**Naloga19j: Nariši graf funkcije:**

**Rešitev:**

$$f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + 1$$

**Graf**

Izračunam ničle, maksimume in minimume funkcije.

$$f_1(x) = \sin \frac{x}{2}$$

$$\text{N: } \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = 0^\circ + k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$k_1 = -1 \quad x_{-1} = -2\pi$$

$$k_2 = 0 \quad x_0 = 0$$

$$k_3 = 1 \quad x_1 = 2\pi$$

$$\text{M: } \sin \frac{x}{2} = 1$$

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi / .2$$

$$x = \pi + 4k\pi = \pi(1 + 4k)$$

$$k = 0 \quad x_0 = \pi$$

$$\text{m: } \sin \frac{x}{2} = -1$$

$$\frac{x}{2} = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi / .2$$

$$x = 3\pi + 4k\pi = \pi(3 + 4k)$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

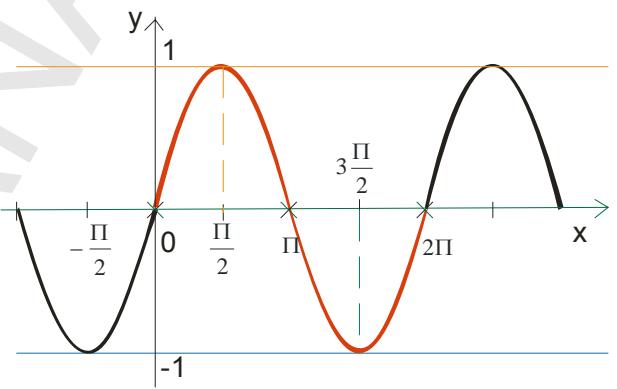
**Razlaga:**

Narisati moram graf funkcije

$$f(x) = A(\sin \omega x + \varphi) + B$$

Preprost način risanja je naslednji:

Narišemo osnovni val funkcije  $f(x) = \sin x$  na intervalu  $[0, 2\pi]$



(a) **ničle N:**  $f(x) = 0$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0^\circ + k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad \mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

Za tri zaporedne k dobitim tri zaporedne ničle, ki tvorijo osnovni val funkcije  $f(x) = \sin x$

$$k = 0 \quad x_0 = 0$$

$$k = 1 \quad x_1 = \pi$$

$$k = 2 \quad x_2 = 2\pi$$

Ničle se ponavljajo na  $\pi$ !

$$k = 0: \quad x_0 = 3\pi$$

Ker  $3\pi$  nimam na x -osi, vzamem še:

$k = -1 \quad x_{-1} = -\pi$ , da dobim predhodni minimum in ga vrišem v graf.

Tako imam 3 ničle, 1 maksimum in 1 minimum, kar zadostuje, da narišem en val.

Funkcijo  $f_1(x)$  množim z 2 in dobim funkcijo:

$$f_2(x) = 2 \sin \frac{x}{2}, \text{ ki leži med}$$

$$y = -2 \text{ in } y = 2$$

Sedaj  $f_2(x)$  premaknem še za 1 po y osi navzgor in dobim graf iskane funkcije med  $y = -1$  in  $y = 3$ .

(b) **MAKSIMUME M:**  $f(x) = 1$  Iz te enačbe dobim x-e maksimumov, pri kateri funkcija  $f(x) = \sin x$  zavzame največjo vrednost 1.

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

Za  $k = 0$  dobim x maksima osnovnega vala:

$$k = 0 \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

(c) **minimum m:**  $f(x) = -1$

$$\sin x = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

Za  $k = 0$  dobim x minima osnovnega vala:

$$k = 0 \quad x_0 = \frac{3\pi}{2}$$

