

Str. 48, naloge 5 a), b), c), č)

naloge 6 a), b), c), č)

naloge 7 a), b), c), č)

5.a) $x^2 - 81 \leq 0$

b) $x(2-x) > 0$

c) $-x^2 + 9x < 0$

č) $x^2 - 2x > 0$

6.a) $-x^2 + 2x + 3 < 0$

b) $3x^2 + 7x > 0$

c) $x^2 - 3x - 4 < 0$

č) $2x^2 - x - 10 < 0$

7.a) $4x^2 > 4x - 1$

b) $(3x-2)^2 + (x-2)^2 < 2$

c) $(3x-1)^2 - (x^2+2) > 2x-3$

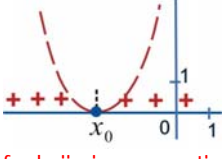
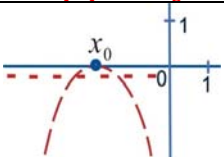
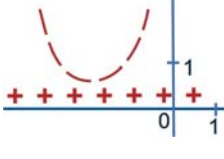
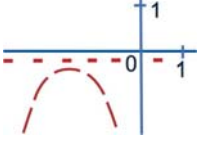
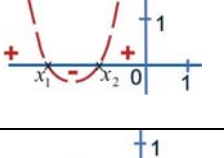
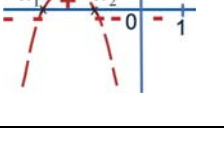
č) $x^2 - (x-1)^2 - (x+2)^2 > 0$

Teorija

Rešiti moram kvadratne neenačbe. To naredim v več korakih:

(1) Uredim kvadratno neenačbo v obliko $ax^2 + bx + c > (>=, <, <=) 0$

(2) Izračunam determinanto $D = b^2 - 4ac$ ter upoštevam vodilni koeficient a. Iz grafa funkcije, ki bi pripadal levi strani neenačbe sklepam na rešitve neenačbe.

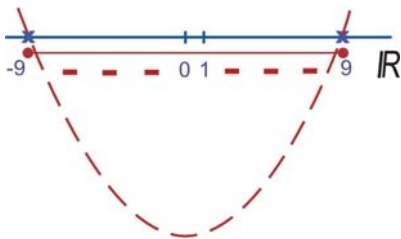
Vodilni koeficient a	Diskriminanta $D = b^2 - 4ac$		Pripadajoči graf $f(x) = ax^2 + bx + c$	
a>0	D=0	x_0 je dvojna realna ničla funkcije		Graf leži NAD x osjo, razen v ničli. Funkcija je povsod pozitivna, razen v ničli.
a<0				Graf leži POD x osjo, razen v ničli. Funkcija je povsod negativna, razen v ničli.
a>0	D<0	Funkcija nima realnih ničel		Graf leži v celoti NAD x osjo. Funkcija je povsod pozitivna.
a<0				Graf leži v celoti POD x osjo. Funkcija je povsod negativna.
a>0	D>0	Funkcija ima dve različni realni ničli		Graf leži NAD x osjo (pozitivna funkcija) in POD x osjo (negativna funkcija).
a<0				

5.a) $x^2 - 81 \leq 0$

$(x-9)(x+9) \leq 0$

$x_1 = 9$

$x_2 = -9$



$\mathfrak{R} = [-9, 9]$ ali
 $x \in (-9, 9)$

Neenačba je že urejena $ax^2 + bx + c > (\geq, <, \leq) 0$

Ker jo lahko razcepim, mi ni treba računati diskriminante D.

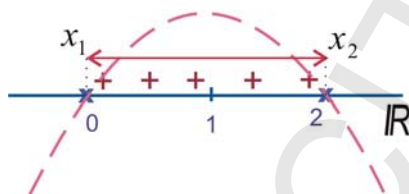
- Izpišem ničle pripadajoče funkcije $f(x) = x^2 - 81$ ali pa rešitve pripadajoče enačbe $x^2 - 81 = 0$
- Ničle narišem na številski osi \mathbb{R} .
- Pogledam a (vodilni koeficient). Ker je $a > 0$, je teme minimum in črtkano vrišem graf.
- Odčitam interval na \mathbb{R} , kjer je graf pod oz. na x osi (≤ 0) in zapišem rezultat.

5. b) $x(2-x) > 0$

$x_1 = 0$

$2-x=0$

$x_2 = 2$



$\mathfrak{R} = (x_1, x_2) = (0, 2)$
 $x \in (x_1, x_2) = (0, 2)$

Leva stran je že razcepljena.

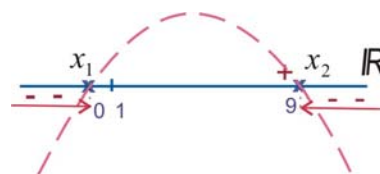
- Izpišem rešitvi pripadajoče enačbe $x(2-x) > 0$
- Narišem x_1, x_2 na številsko os.
- Narišem črtkan graf pripadajoče funkcije $f(x) = x(2-x)$. Vidim, da je $a < 0$, ($f(x) = -x^2 + 2x$). Teme je torej maksimum funkcije.
- Odčitam x-e, za katere vidim graf nad x osjo in zapišem \mathfrak{R} - rešitev neenačbe.

5. c) $-x^2 + 9x < 0$

$x(-x+9) < 0$

$x_1 = 0, x_2 = 9$

$a < 0$



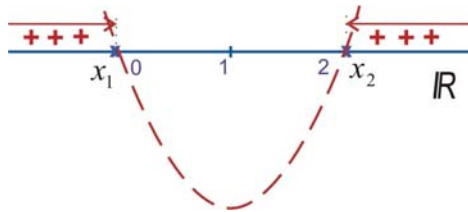
$\mathfrak{R} = \{(-\infty, x_1) \cup (x_2, \infty)\}$

5. č) $x^2 - 2x > 0$

$$x(x-2) > 0$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 2$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, 0) \cup (2, \infty)\}$$

Glej 5. a) in 5. b)!

6. a) $-x^2 + 2x + 3 < 0 / (-1)$

$$1x^2 - 2x - 3 > 0$$

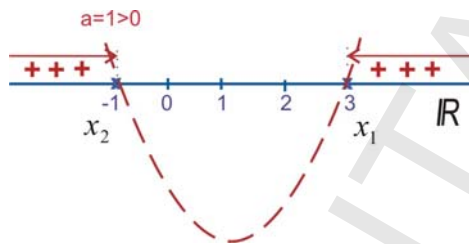
$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x-3=0$$

$$x_1 = 3$$

$$x+1=0$$

$$x_2 = -1$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, -1) \cup (3, \infty)\}$$

Razcepim levo stran po Viètu. Ostali koraki so kot pri 5.a) oz. 5.b).

6. b) $3x^2 + 7x > 0$

$$x(3x+7) > 0$$

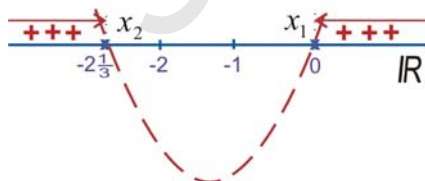
$$x_1 = 0$$

$$3x+7=0$$

$$3x = -7$$

$$x_2 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, x_2) \cup (0, \infty)\}$$

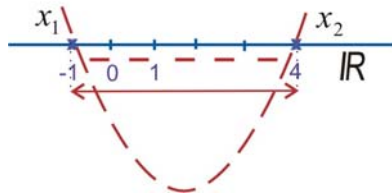
6. c) $x^2 - 3x - 4 < 0$

$$(x+1)(x-4) < 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 4$$

$$a > 0$$



$\mathfrak{R} = (-1, 4)$ ali $x \in (-1, 4)$

6. č) $2x^2 - x - 10 < 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10)$$

$$D = 81 > 0, \quad a > 0$$

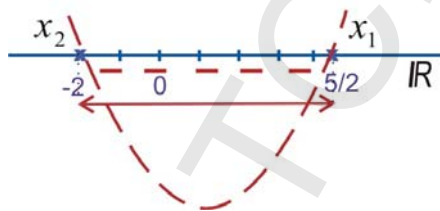
Pripadajoča enačba $2x^2 - x - 10 = 0$ ima dve različni realni rešitvi.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x_2 = -\frac{8}{4} = -2$$



$\mathfrak{R} = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$ ali

$x = \left(-2, \frac{5}{2}\right)$

7.a) $4x^2 > 4x - 1$

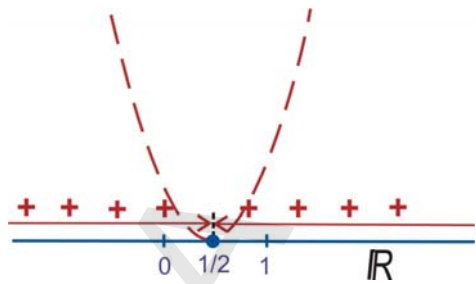
$$4x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$(2x - 1)^2 > 0$$

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \quad a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ali

$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

7. b) $(3x - 2)^2 + (x - 2)^2 < 2$

$$9x^2 - 12x + 4 + x^2 - 4x + 4 < 2$$

$$10x^2 - 16x + 6 < 0 \quad / : 2$$

$$5x^2 - 8x + 3 < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 64 - 60$$

$$D = 4$$

$$\sqrt{D} = 2$$

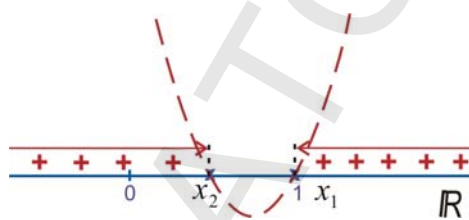
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 2}{10}$$

$$x_1 = \frac{10}{10} = 1$$

$$x_2 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$a > 0$



$$\mathfrak{R} = \{(-\infty, 0) \cup (1, \infty)\}$$

UREDIM!

Izračunam D

Izračunam ničle pripadajuće funkcije

$$7. c) (3x-1)^2 - (x^2 + 2) > 2x - 3$$

$$9x^2 - 6x + 1 - x^2 - 2 - 2x + 3 > 0$$

$$8x^2 - 8x + 2 > 0 / : 2$$

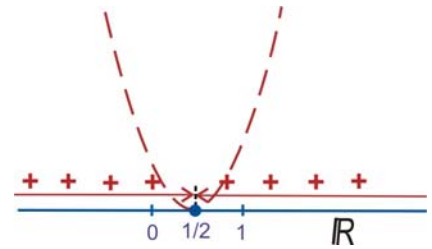
$$4x^2 - 4x + 1 > 0$$

$$(2x-1)^2 > 0$$

$$2x-1=0$$

$$x_{1,2} = \frac{1}{2}$$

$$a > 0$$



$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

ali

$$\mathfrak{R} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$7. \check{c}) x^2 - (x-1)^2 - (x+2)^2 > 0$$

$$x^2 - (x^2 - 2x + 1) - (x^2 + 4x + 4) > 0$$

$$x^2 - x^2 + 2x - 1 - x^2 - 4x - 4 > 0$$

$$-x^2 - 2x - 5 > 0 / (-1)$$

$$x^2 + 2x + 5 < 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 4 - 20$$

$$D = -16$$

$$a > 1$$

Graf pripadajoče funkcije $f(x) = x^2 + 2x + 5$ bi v celoti ležal nad x osjo. To pomeni, da kakršenkoli x vstavim v levo stran neenačbe, dobim pozitivno število. Rešitev neenačbe bi bili le x-i, ki mi levo stran naredijo negativno. Torej neenačba nima rešitve.

$$\mathfrak{R} = \emptyset \quad \text{ali} \quad \mathfrak{R} = \{ \}$$