

a) $\log_3(x+2) > 0$

c) $\log_{0,5}(3 - \frac{x}{2}) > 0$

b) $\log_4(7-x) < 0$

č) $\log_{\frac{1}{3}}(2 + \frac{x}{3}) > 0$

Teorija

Rešiti moramo logaritemske neenačbe. Rešili jih bomo grafično. Levo stran neenačbe smatramo za eno funkcijo, desno stran za drugo funkcijo. Narišemo grafa obeh funkcij in iz grafa odčitamo x-e, ki izpolnjujejo pogoj neenačbe. Tu moram spet znati narisati graf logaritemske funkcije.

Graf logaritemske funkcije

Narisati moram graf logaritemske funkcije:

$$f(x) = A \cdot \log_a(x - p) + q$$

Narišem ga lahko na več načinov:

(a) način

Z navidezno novim izhodiščem O' (p, q), v katerem rišem funkcijo $f(x) = A \cdot \log_a x$ tako, da upoštevam lastnosti logaritma:

(1) Definijsko območje Df.: $x > 0$

(2) $\log_a 1 = 0$ $(1, 0)$

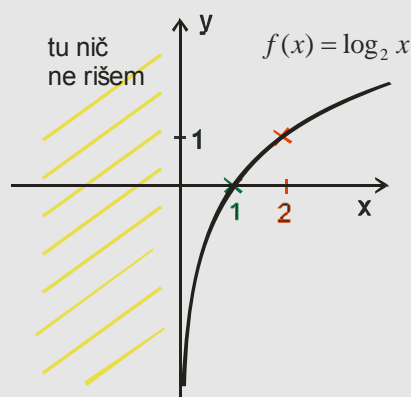
(3) $\log_a a = 1$ $(a, 1)$

Primer: $f(x) = \log_2 x$

(1) Df: $x > 0$

(2) $x = 1 \Rightarrow y = 0$ Graf poteka skozi točko $(1, 0)$

(3) $x = 2 \Rightarrow y = 1$ Graf poteka skozi točko $(2, 1)$



(b) s premiki

Po vrsti rišem funkcije:

$$f_1(x) = \log_a x$$

$$f_2(x) = \log_a(x-p) \quad \text{t.j. } f_1(x) \text{ premaknemo po } x \text{ osi}$$

$f_3(x) = A \cdot \log_a(x-p)$ t.j. $f_2(x)$ raztegnemo za A v smeri y osi. To pomeni, da vsak y funkcije $f_2(x)$ množimo z A

$$f(x) = A \cdot \log_a(x-p) + q \quad \text{t.j. } f_3(x) \text{ premaknemo za } q \text{ v smeri } y \text{ osi.}$$

Tako dobimo končen graf.

Pri naših nalogah je desna stran vedno x os. To pomeni, da se reševanje naših neenačb spremeni v določanje preznačka funkcije. Naša naloga je torej odčitati intervale, kjer je funkcija nad x osjo (>0) oz. pod x osjo (<0). Če bi bil zraven še enačaja, bi prišli k rešitvi tudi ničle leve funkcije.

Rešitev

65 a) $\log_3(x+2) > 0$

x

Leva stran naj bo funkcija $f_1(x)$, desna pa je x os z enačbo $f_2(x) = 0$. Desne strani ne rišemo, ker je tako ali tako enaka x osi.

$$f_1(x) = \log_3(x+2)$$

(1) Definijsko območje: ARGUMENT je pozitiven

$$\text{Df: } x+2 > 0$$

$$x > -2$$

Tu začnem risati. Definijsko območje $x > -2$ nam pove, da levo od -2 nič ne rišemo, naš graf bo torej na desni od $x = -2$

(2) ARGUMENT = 1, $y=0$

$$x+2=1, \quad y=0$$

$$T_1(x=-1, \quad y=0)$$

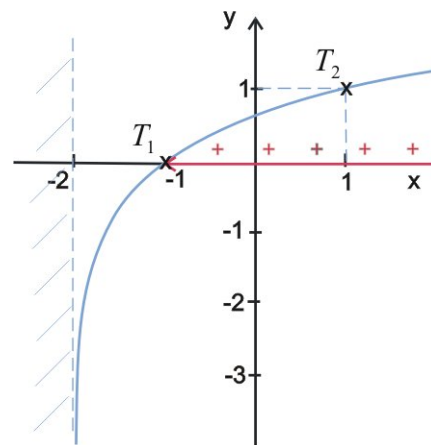
(3) ARGUMENT = OSNOVA, $y=1$

$$(x+2=3, \quad y=1)$$

$$T_2(x=1, \quad y=1)$$

Rezultat odčitam:

$$\underline{x > -1}$$



Kako pa računsko?

$$\log_3(x+2) > 0$$

$$x+2 > 3$$

$$x > 1-2$$

$$\underline{x > -1}$$

65 b) $\log_4(7-x) < 0$

x

$$f_1(x) = \log_4(7-x)$$

(1) Df: $7-x > 0$

$$-x > -7$$

$$x < 7$$

Graf bo ležal levo od $x=7$

(2) $7-x=1, \quad y=0$

$$-x=1-7$$

$$T_1(x=6, \quad y=0)$$

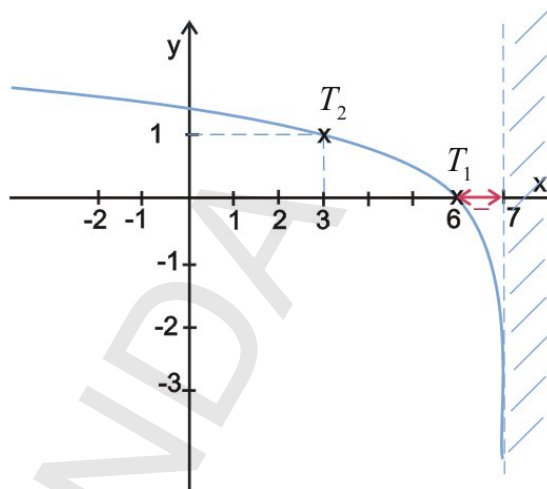
(3) $7-4=4, \quad y=1$

$$-x=-3$$

$$T_2(x=3, \quad y=1)$$

Rešitev: $6 < x < 7$ ali drugačen zapis:

$x \in (6, 7)$



65 c) $\log_{0,5}(3-\frac{x}{2}) > 0$

x

$$f_1(x) = \log_{\frac{1}{2}}(3-\frac{x}{2})$$

(1) Df: $3-\frac{x}{2} > 0 / \cdot 2$

$$6-x > 0$$

$$-x > -6$$

$$x < 6$$

Graf leži levo od asimptote $x=6$.

(2) $3-\frac{x}{2} = 1 / \cdot 2, \quad y=0$

$$6-x=2$$

$$T_1(x=4, \quad y=0)$$

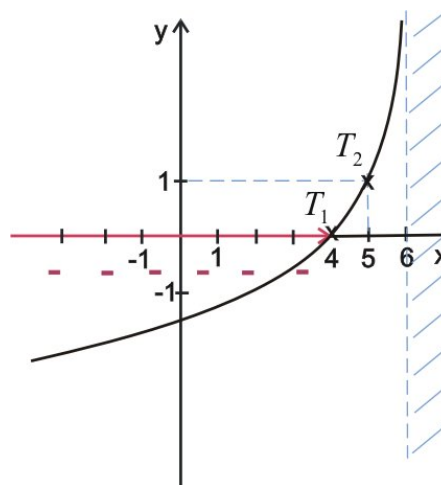
(3) $3-\frac{x}{2} = \frac{1}{2}, \quad y=1$

$$6-x=1$$

$$-x=-5$$

$$T_2(x=5, \quad y=1)$$

$\mathfrak{R}: x < 4$



65 č) $\log_{\frac{1}{3}}(2 + \frac{x}{3}) > 0$

x

$$f_1(x) = \log_{\frac{1}{3}}(2 + \frac{x}{3})$$

(1) Df: $2 + \frac{x}{3} > 0 / \cdot 3$

$$6 + x > 0$$

$$x > -6$$

Graf leži desno od
asimptote $x = -6$.

(2) $2 + \frac{x}{3} = 1, \quad y = 0$

$$6 + x = 3$$

$$T_1(x = -3, \quad y = 0)$$

(3) $3 + \frac{x}{3} = \frac{1}{3}, \quad y = 1$

$$6 + x = 1$$

$$T_2(x = -5, \quad y = 1)$$

$$\mathfrak{R}: \underline{-6 < x < -3}$$

