Zanimivosti iz zbirke SATCITANANDA – OSNOVE ELEKTROTEHNIKE

Izračun induktivnost

Induktivnost L je snovno geometrijska lastnost električne komponente (podobno kot upornost R in kapacitivnost C). Komponenta (tuljava, navitje), za katero pravimo, da ima induktivnost L, je sposobna začasno »uskladiščiti« električno energijo v magnetno polje. Obnaša se kot vztrajnostni element pri vrtenju (rotaciji) ali masa pri premem gibanje (translaciji). Prva se upira spremembi hitrosti gibanja, druga spremembi frekvence vrtenja. Induktivnost se upira spremembam toka odnosno napetosti.

Naslednje formule in povezave so znane iz srednješolskega programa »Osnove elektrotehnike«:

$$L = \frac{\Delta\psi}{\Delta i} = \frac{N\Delta\phi}{\Delta i}\left[\frac{Vs}{A} = H\,(Henry)\right]$$

Pri tem je:

$\Delta\psi$: sprememba magnetnega sklepa

Δi : sprememba toka $[A]$

N : število ovojev navitja, ki predtavlja induktivnost

ϕ : magnetni pretok $\phi = BA\left[\frac{Vs}{m^2}m^2 = Vs = Wb\,(Weber)\right]$

A : projekcija površine pravokotno na magnetni pretok $[m^2]$

B : gostota električnega polja $B = \mu_0 H\left[\frac{Vs}{Am}.\frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = T\,(Tesla)\right]$

μ_0 : indukcijska konstanta - $4.\pi.10^{-7}\left[\frac{Vs}{Am}\right]$

H : magnetna poljska jakost $H = \frac{\theta}{l}\left[\frac{A}{m}\right]$

l : dolžina zaključene silnice (srednja dolžina) magnetne pojske jakosti $[m]$

θ : magnetna napetost $\theta = IN[Aovoji]$

N : število ovojev

S pomočjo naštetih formul lahko več ali manj natančno računamo induktivnost. Nenatačnost izhaja iz poenostavljenih formul in izpeljav. V praksi se zlasti pri višjih frekvencah srečamo tudi s problemov neželjenih (parazitnih) kapacitivnosti in Ohmske upornosti, kar pa ne bomo upoštevali.

Na dveh primerih bomo računali induktivnost s pomočjo srednješolskega znanja, vendar bomo nato rezultat kritično ovrednotili s pomočjo natančnejše analize.

Naloga 1.

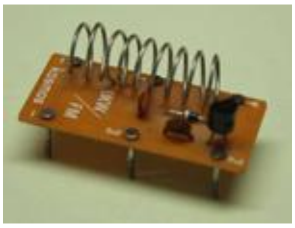
Želimo izdelati zračno tuljavo induktivnosti 1mH, s premerom 2cm in dolžino 5cm. Koliko ovojen mora imeti tuljava?

$L = 1mH$

$2r = 2cm = 0{,}02m$

$l = 5cm = 0{,}05m$

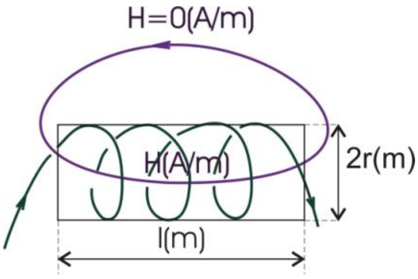
$N = ?$



Slika 1 Primer zračne cilindrične tuljave v elektronskem vezju.

Žica je posrebrena, da je njena Ohmska upornost pri visokih frekvencah čim manjša.

Srednja šola
V srednji šoli predpostavljamo, da je magnetno polje znotraj tuljave homogeno (v vsaki točki znotraj tuljave enako po smeri in velikosti), zunaj tuljave pa je jakost magnetnega polja enaka nič.



Slika 2 Magnetna poljska jakost na zaključeni poti - poenostavljeno

Zgornja predpostavka približno velja, če bi naredili zelo dolgo (velik l) in ozko (majhen r) tuljavo in še to le v osi in na sredini tuljave.

$$H = \frac{\theta}{l} = \frac{IN}{l}$$

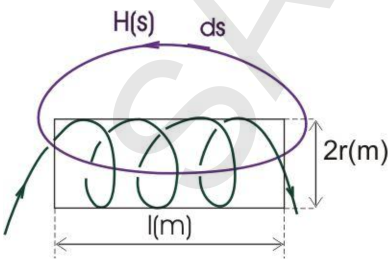
$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\mu_0 HA}{I} = \frac{\mu_0 N^2 IA}{I} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2}{l}$$

$$N = \sqrt{\frac{Ll}{\mu_0 \pi r^2}}$$

$$N = 356\, ovojev$$

Fakulteta
Poskusimo ugotoviti, ali bi s 356 ovoji na 5 cm dolgi in 2cm široki tuljavi res realizirali željeno induktivnost 1mH.

Tudi če drži predpostavka, da je zunaj tuljave magnetna poljska jakost približno enaka nič, pa pri podani tuljavi zanesljivo ne velja, da je magnetno polje znotraj tuljave homogeno – tuljava je razmeroma kratka in široka.



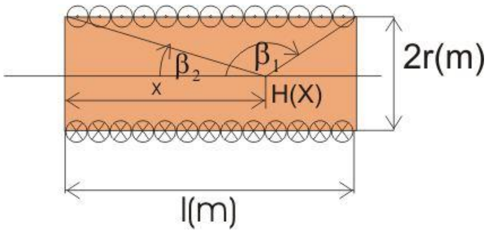
Slika 3 Velikost H je odvisen od delca poti, kjer ga opazujemo - ds

Velja, da je magnetna napetost $\theta = IN$ enaka seštevku (integralu) produkta magnetnih poljskih jakosti na določeni točki poti in delčku poti ds, kjer smatramo, da je H=konst.:

$$\theta = IN = \oint H(s)ds$$

Natančen izračun magnetnih poljskih jakosti v podanem primeru bi bil izredno zapleten. S pomočjo Biot Savartovega odn. Amperovega zakona jo lahko izpeljemo le za sredinsko os tuljave (slika 4):

$$H = \frac{NI}{2l}(\cos\beta_2 - \cos\beta 1)$$

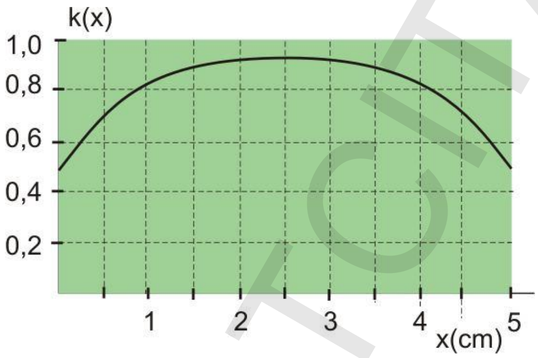


Slika 4 Ilustracija H(x) v osi cilindrične tuljave

V kolikor bi bila tuljava dolga in ozka, bi bil v sredini ntuljave $\beta_2 = 0^0$ in $\beta_1 = 180^0$. Potem bi dobili:

$$H = \frac{NI}{2l}(1+1) = \frac{NI}{l}$$

Dejanski $H(x)$ je manjši za faktor k(x), kot kaže naslednja slika:



Slika 5 Koeficient zmanjšanja H(x) z upoštevanjem Biot Savartovega zakona

Za približen izračun (ki pa je natančnejši kot po srednješolski metodi) upoštevamo srednjo vrednost k(x), to je $\bar{k} \approx 0{,}7$. Za ta koeficient je induktivnost tuljave manjša od induktivnosti, izračunane po srednješolski metodi.

$$L = \frac{N\mu_0 HA}{I} = \bar{k}\,\frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 0{,}7\,mH$$

Po srednješolski metodi bi torej dobili za 30% premajhno induktivnost!

Naloga 2
Izračunaj induktivnost zračnega toroida s kvadratnim presekom in naslednjimi podatki:

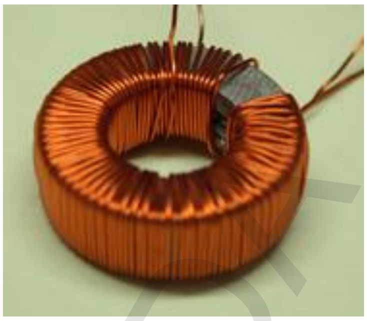
$R_z = 2cm$

$R_n = 1cm$

$b = 1cm$

$N = 100$

$L = ?$



Slika 6 Primer toroida na feritnem jedru

Srednješolsko znanje:

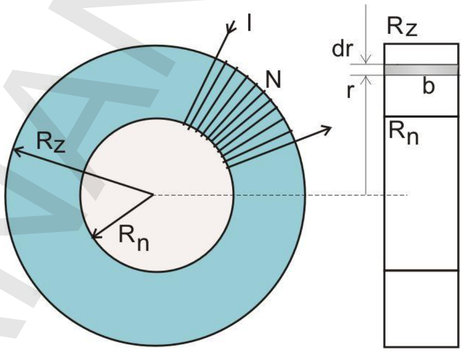
$$H = \frac{IN}{2\pi R_s}$$

Srednj radij $R_s = 1{,}5cm$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N\mu_0 HA}{I} = \frac{N\ \mu_0 IN\ b^2}{I\ 2\pi R_s}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 b^2}{2\pi R_s}$$

$$L = 13{,}3\mu H$$



Slika 7 Toroidna tuljava

$$\Phi = \int_{R_n}^{R_z} B dA \qquad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r}$$

$$dA = b\,dr$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 IN}{2\pi} b \int_{R_n}^{R_z} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 INb}{2\pi} \ln\frac{R_z}{R_n}$$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 b}{2\pi} \ln\frac{R_z}{R_n}$$

$$L = 13{,}86\mu H$$

Rezultat je praktično identičen (polje je znotraj toroida dobro definirano!)