

## Zanimivosti iz zbirke SATCITANANDA – FIZIKA:

### Met krogle

#### Naloga

Izračunaj optimalni kot meta krogle (v atletiki: suvanje krogle, angl.: shot put) v odvisnosti od začetne hitrosti krogle. Podana je tudi horizontalna hitrost atleta pred sunkom krogle  $v_{1x}$  ter razdalja  $a$ , do katere seže atlet z roko preko mejne črte. Za vsak kot izračunaj tudi domet krogle. Začetna višina krogle je 200 cm. Zračni upor zanemarimo.

Potrebna znanja iz srednje šole:

- Poglavje fizike: poševni met.
- Matematika: trigonometrične enačbe, kvadratna enačba, poiskati ekstrem funkcije s pomočjo odvoda.

#### Ozadje:

Suvanje krogle je atletska disciplina. Maksimalna teža krogle za odraslega športnika je 7,26 kg. Svetovni rekord (zunanje igrišče) iz leta 1990 znaša 23,12m, (američan Randy Barners), slovenski pa 20,76. Pri določanju optimalnega kota suvanja krogle je potrebno upoštevati fizikalne zakone in telesno strukturo atleta (odvisnost moči mišic od kota suvanja krogle).

#### Rešitev naloge

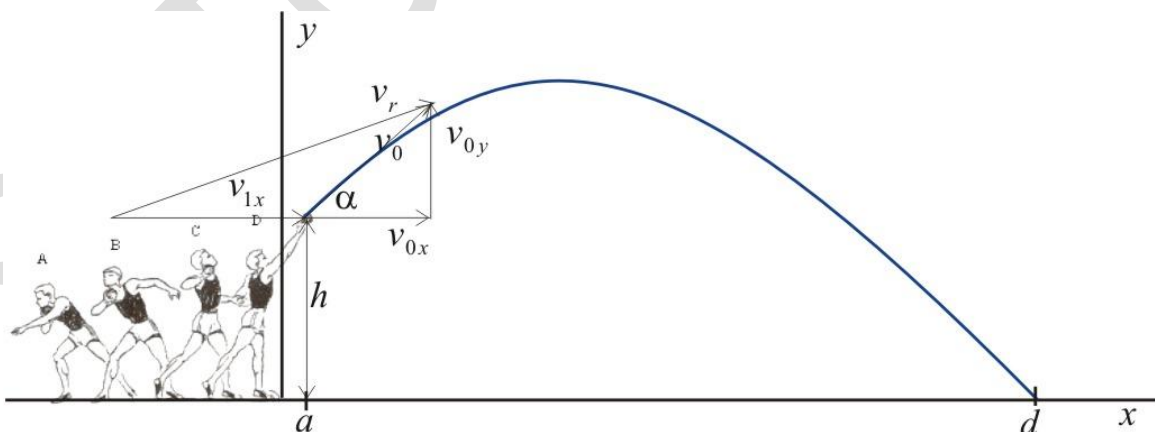
$$h = 2,0m$$

$$v_{1x} = 5m/s$$

$$a = 0,2m$$

$$\alpha_{opt}(v_0) = ?$$

$$d(v_0) = ?$$



V smeri osi x je gibanje enakomerno (zračni upor zanemarimo), zato lahko izračunamo domet krogle  $d(v_0, \alpha)$  kot produkt horizontalne hitrosti in časa, ko je kroglja v zraku. Upoštevamo seveda tudi, za koliko seže roka pri izmetu preko mejne črte.

$$d = (v_{1x} + v_{0x})t_1 + a = (v_{1x} + v_0 \cos \alpha)t_1 + a$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Čas gibanja  $t_1$  je čas, ko je kroglja v zraku. Uporabim enačbo iz navpičnega meta.

$$-h = v_0 t_1 \sin \alpha - \frac{gt_1^2}{2} \text{ oziroma}$$

$$h = -v_0 t_1 \sin \alpha + \frac{gt_1^2}{2}$$

Iz zgornje enačbe izrazim čas, ko je kroglja v zraku:

$$t^2 - \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}t - \frac{2h}{g} = 0$$

Rešim kvadratno enačbo in dobim iskani čas:

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}}$$

Sedaj lahko izrazim domet krogle v odvisnosti od izmetne hitrosti  $v_0$  in izmetnega kota  $\alpha$ :

$$d = (v_{1x} + v_0 \cos \alpha) \left( \frac{v_0 \sin \alpha}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_0 \sin \alpha}{g}\right)^2 + \frac{2h}{g}} \right) + a$$

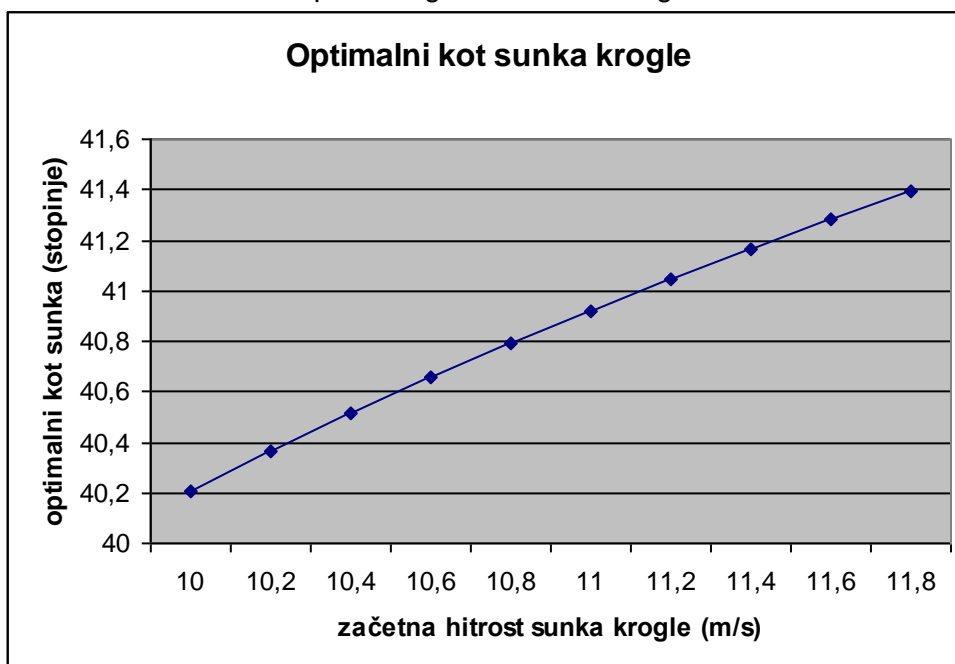
Kot za maksimalni domet dobim z izračunom ekstrema zgornje funkcije. Izračunam ga z odvodom razdalje  $d$  po kotu  $\alpha$ , in ga izenačim z 0.

$$\frac{dx}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \alpha_{opt}$$

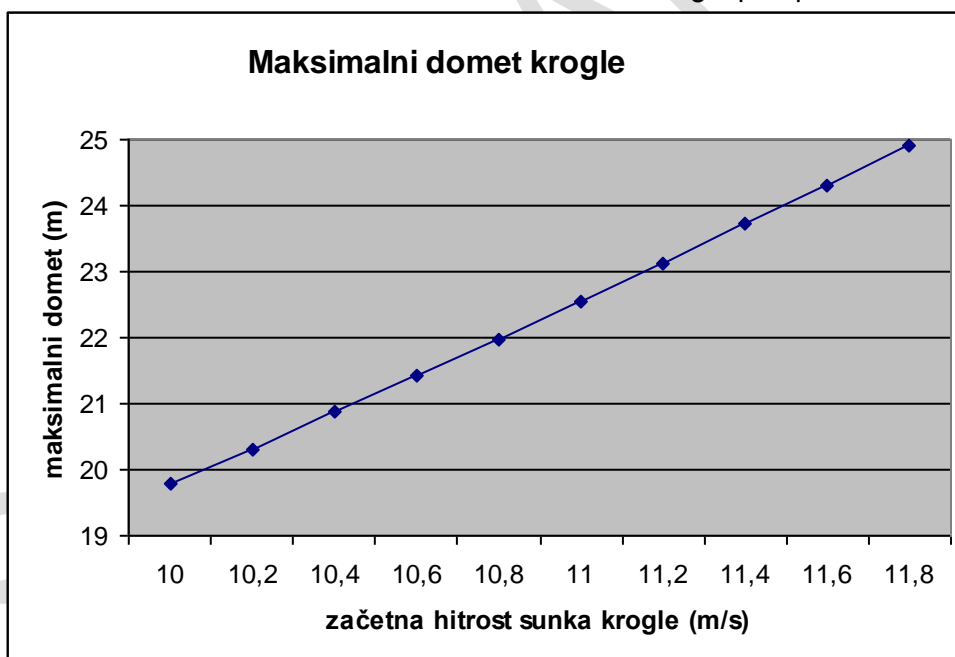
$$\alpha_{opt} = \frac{1}{2} \arccos \left( \frac{gh}{gh + v_0^2} \right)$$

## REZULTATI

1. Graf odvisnosti optimalnega kota sunka krogle od začetne hitrosti



2. Graf odvisnosti dometa od začetne hitrosti krogle pri optimalnem kotu sunka krogle



3. Opomba:

Optimalni kot izmeta krogle se suče okoli 40 stopinj (odvisen je tudi od izmetne višine  $h$ , ki je v našem primeru 2 m). Občutljivost dometa krogle od kota sunka krogle je razmeroma majhna ( $40,8 \pm 0,6$  stopinj).