

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA
Poglavlje IV.: Kvadratna funkcija, naloga 17č

Naloga: Nariši graf kvadratne funkcije $y = x^2 + 10x + 21$

Rešitev:

1) NIČLE funkcije: $y = x^2 + 10x + 21$

$$a = 1 \quad b = 10 \quad c = 21$$

$$D = b^2 - 4ac \quad x_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$D = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 21$$

$$D = 100 - 84$$

$$D = 16 \Rightarrow \sqrt{D} = 4$$

$$x_1 = -\frac{6}{2} = -3 \quad x_2 = -\frac{14}{2} = -7$$

Ker smo dobili dve ničli, vemo, da graf seka x os v dveh točkah.

1a) Pri naši nalogi bi lahko poenostavili iskanje ničel z Vièetom:

$$x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$$

$$\begin{array}{ccc} & \swarrow & \searrow \\ 3+7 & & 3 \cdot 7 \end{array}$$

In bi takoj dobili ničle iz $(x + 3)(x + 7) = 0$

$$x_1 = -3, \quad x_2 = -7$$

2) TEME

$$\left. \begin{aligned} p &= -\frac{b}{2a} = -\frac{10}{2} = -5 \\ q &= -\frac{D}{4a} = -\frac{16}{4} = -4 \end{aligned} \right\} T(-5, -4)$$

$$D = b^2 - 4ac = 100 - 4 \cdot 21 = 100 - 84 = 16$$

$$\begin{aligned} 3) \quad y(0) &= f(0) = 21 \\ P_y(0, 21) \end{aligned}$$

Razlaga:

Za graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ potrebujemo:

1) NIČLE funkcije x_1, x_2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \quad D = b^2 - 4ac$$

V ničlah funkcije x_1, x_2 graf seka x os. Tako dobimo presečišče z x osjo $P_1(x_1, 0)$ in $P_2(x_2, 0)$.

Ničle funkcije so praktično tudi rešitve enačbe $ax^2 + bx + c = 0$ ($y = 0$ vzamem zato, ker iščem presečišče z x osjo).

1a) Ničle funkcije lahko včasih dobimo z razcepom po Vièetu:

$$x^2 + (m+n)x + mn = (x + m)(x + n)$$

2) TEME T(p,q) funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$

Teme funkcije je lokalni maksimum ($a < 0$) ali lokalni minimum ($a > 0$)

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{-b}{2a} \\ q &= \frac{D}{4a} \end{aligned} \right\} T(p, q)$$

$$D = b^2 - 4ac$$

3) Začetna vrednost $f(0)$ funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$F(0) = c$$

V začetni vrednosti c graf seka y os. Rečemo, da je presečišče z y osjo v točki $P_y(0, c)$.

Sedaj pa lahko že narišem graf. Na prvi pogled vidim, da je $a = 1 > 0$, torej bo imel graf kvadratne funkcije v T minimum. To mi bo za kontrolo, ko bo graf narisani.

- Vnesem ničli $x_1 = -3$, $x_2 = -7$
- Narišem teme (za kontrolo $p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3 - 7}{2} = \frac{-10}{2} = -5$)
- V p naredim črtkano navpičnico, preko katere se zrcali graf kvadratne funkcije
- Označim začetno točko na y osi in jo zrcalim čez črtkano navpičnico v p (osna somernica). S tem dobim še eno točko P in tako narišem graf funkcije. Pogledam, ali ima res minimum, kar mora biti, ker je $a > 0$.

