

Naloga 82.d: Napiši ničle in nariši približen graf polinoma $p(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$

Rešitev

Ničle (N):

$$p(x) = 0$$

$$N: -x^4 + 5x^2 - 4 = 0 \quad |(-1)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Odločim se za novo neznanke:

$$\begin{array}{ccc} & x^2 = t & \\ & t^2 - 5t + 4 = 0 & \\ & \downarrow & \\ & (-1)(-4) \text{ Viète!} & \\ & (t-1)(t-4) = 0 & \\ t_1 = 1 & & t_2 = 4 \\ x^2 = 1 & & x^2 = 4 \end{array}$$

$$x^2 = 1$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1$$

$$x^2 = 4$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$$x_3 = 2$$

$$x_4 = -2$$

Vse ničle so lihe stopnje, zato graf v njih **seka** x os.

Začetna vrednost (ZV):

$$ZV: x = 0$$

$$p(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$$

$$p(0) = -4$$

$$P_y(0, -4)$$

Razlaga

$p(x) = 0$ je pogoj za ničle!

Rešitve enačbe so ničle funkcije in v ničlah funkcije seka graf x os.

Dobim enačbo 4. stopnje, za katero vem, da mora imeti 4 ničle.

Enačbo lahko rešim z vpeljavo nove neznanke (ker ni lihih stopenj neznanke) ali pa rešujem po Hornerju, kar bi bilo tu slabša izbira z bistveno več dela.

↔ Vstavim v prvotno zameno

↔ Rešim enačbi.

Pomembni so vsi koraki pri reševanju. Zelo pogosto se namreč zgodi, da dobi dijak iz enačbe $x^2 = 1$ le eno rešitev $x=1$, kar pa je seveda ena premalo.

Dobili smo 4 ničle lihe stopnje.

Vse ničle so realne. Torej jih lahko narišemo na x os.

- Ničla lihe stopnje: ničla se liho-krat ponovi.

- Ničla sode stopnje: ničla se sodo-krat ponovi.

Ničle so lahko lihe ali sode stopnje V ničli lihe stopnje (označimo jih s križcem) graf seka x os. V ničlah sode stopnje (označimo jih s piko) pa se graf dotakne x os.

Začetna vrednost funkcije je vrednost funkcije pri $x=0$ t.j. $p(0)$.

Na grafu se to vidi kot presčišče z y osjo. Ta točka se koristno uporablja za risanje grafov.

Približen graf polinoma

Ničle N:

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -1$$

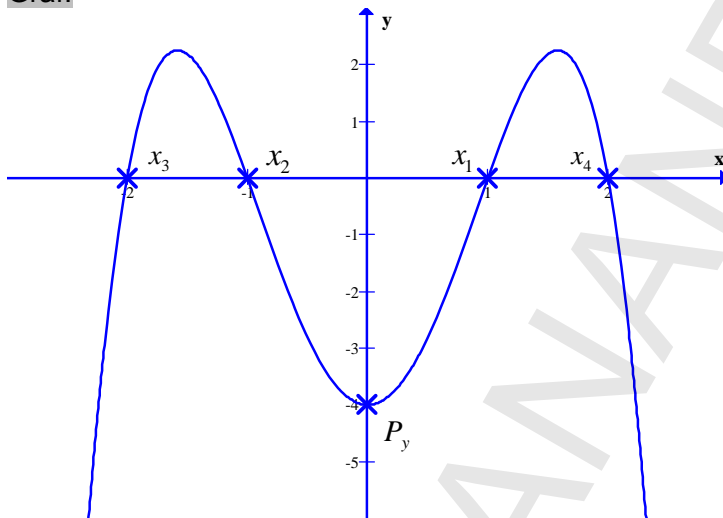
$$x_3 = -2$$

$$x_4 = 2$$

Začetna vrednost ZV:

$$P_y(0, -4)$$

Graf:



Opombe:

- Za natančen graf bi morali poiskati še lokalne ekstreme polinoma.
- Vnesemo ničle. Ker so lihe stopnje, jih označimo s križci, da bomo vedeli, da tam graf seka x os.
- Vnesem P_y
in
- začnem z risanjem . V P_y grem desno skozi ničli in nato še levo skozi obe ničli. Dobim približen graf.