

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA
Poglavje III.: Potenčna funkcija, naloga 5

Naloga: Določi, katera izmed navedenih funkcij je soda in katera liha:

Rešitev:

a) $f(x) = x^2 - 3$

SODOST/LIHOST

Zamenjam x z $-x$:

$$f(-x) = (-x)^2 - 3 = x^2 - 3 = f(x)$$

Ker je $f(-x) = f(x)$, je funkcija soda. Če bi narisali graf funkcije, bi bil simetričen na y os.

b) $y = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 1}$

SODOST/LIHOST

$$y(-x) = \frac{(-x)^2 - 9}{(-x)^2 - 1} = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 1} = y(x)$$

Torej: $y(-x) = y(x)$, zato je funkcija soda

c) $y = \frac{2}{x^2 + 1}$

SODOST/LIHOST

$$y(-x) = \frac{2}{(-x)^2 + 1} = \frac{2}{x^2 + 1} = y(x)$$

$y(x) = x(-x) \Leftrightarrow$ funkcija je soda

č) $f(x) = -x^3 + x$

SODOST/LIHOST

$$f(-x) = -(-x)^3 + (-x) = +x^3 - x \neq f(x)$$

Funkcija ni soda.

Sedaj pa izpostavim -1 in ugotovim, če je mogoče liha.

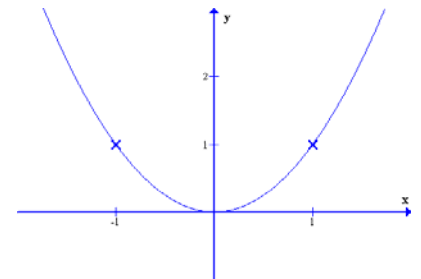
Razlaga:

Najprej moramo poznati definicijo sode in lihe funkcije:

Def.: Funkcija $f(x)$ je soda funkcija, če velja $f(-x) = f(x)$

Graf sode funkcije je vedno simetričen na y os. Tipičen primer sode funkcije je funkcija $f(x) = x^2$ z grafom:

x	y
0	0
1	1
-1	1



Če pa namesto x -a damo v funkcijo $-x$, dobimo:

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

Torej je $y(-x) = y(x)$ in funkcija je soda. Seveda je treba vedeti, da je:

$$(-a)^{2n} = a^{2n} \text{ in}$$

$$(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$$

Ali s primeri:

$$(-x)^2 = x^2, \quad (-x)^3 = -x^3$$

Def.: $f(x)$ je liha funkcija \Leftrightarrow

$$f(-x) = -f(x)$$

Graf lihe funkcije je vedno simetričen na koordinatno izhodišče.

Tipičen primer lihe funkcije je $f(x) = x^3$ z grafom:

$$-(-x^3 + x) = -f(x)$$

Ker je $f(-x) = -f(x)$, je funkcija liha

$$\text{d) } f(x) = |x| - 3$$

SODOST/LIHOST

$$f(x) = |x| - 3 = |x| - 3 = f(x)$$

$f(-x) = f(x)$, zato je funkcija soda

$$\text{e) } y = x^{\frac{1}{3}}$$

SODOST/LIHOST

Funkcijo napišem malo drugače:

$$y = \sqrt[3]{x}$$

$$y(-x) = \sqrt[3]{-x} = -\sqrt[3]{x} = -y(x)$$

Ker je $y(-x) = -y(x)$, je funkcija liha

$$\text{f) } y = -2x^{-3} \Leftrightarrow y = -\frac{2}{x^3}$$

SODOST/LIHOST

$$y(-x) = -\frac{2}{(-x)^3} = -\frac{2}{-x^3} = \frac{2}{x^3} \neq y(x)$$

NI SODA

Pogledam, če je liha. V ta name izpostavim -1 in dobim:

$$y(-x) = -\left(-\frac{2}{x^3}\right) = -y(x)$$

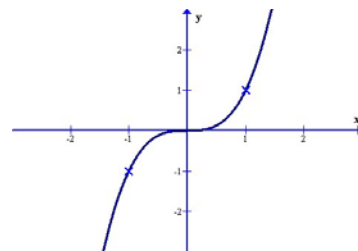
Ker je $y(-x) = -y(x)$, je funkcija liha

$$\text{g) } f(x) = -3x$$

SODOST/LIHOST

$f(-x) = -3(-x) = +3x \neq f(x)$ NI SODA
Izpostavimo -1, da vidimo, če je LIHA:

x	y
0	0
1	1
-1	-1



Če pa namesto x -a dam $-x$, dobim

$$f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$$

in funkcija je liha.

Spomnimo se definicije absolutne vrednosti števila $|x|$:

$$|x| = \begin{cases} x; & x \geq 0 \\ -x; & x < 0 \end{cases}$$

$$f(-x) = -(-3x) = -f(x)$$

$f(-x) = -f(x)$ in funkcija je liha.

h) $y = -x^5 + 2x^2$

SODOST/LIHOST

$$y(-x) = -(-x)^5 + 2(-x)^2 = +x^5 + 2x^2 \neq y(x)$$

NI SODA

Izpostavim -1:

$$y(-x) = -(-x^5 - 2x^2) \neq -y(x)$$

$$y(-x) \neq -y(x)$$

Torej funkcija ni niti soda niti liha.

SATCITANANDA