

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

D. Grašek, M. Kožar, A. Tiegl: ELEMENTARNE FUNKCIJE, KOMPLEKSNA ŠTEVILA
Poglavje VIII.: LOGARITEM

Str.59 Naloge 3a – 3h:

Z uporabo definicije logaritma reši naslednje enačbe

- 3 a) $\log_2 x = 1$, b) $\log_x 64 = 3$ c) $\log_4 16 = x$ č) $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$
- d) $\log_x \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3}$, e) $\log_3 \left(\frac{1}{27}\right) = x$ f) $\log_3 x = -2$ g) $\log_x 4 = -2$
- h) $\log_{25} \sqrt{5} = x$ i) $\log_{16} x = 0,5$ j) $\log_x 8 = 0,75$ k) $\log_3 0,3 = x$
- l) $\log_{\frac{1}{27}} x = -\frac{1}{3}$ m) $\log_x 0,01 = 2$ n) $\log_{27} \left(\frac{1}{81}\right) = x$

Rešiti moramo **logaritemske enačbe**.

To so enačbe, v katerih nastopa neznanka v osnovi ali v argumentu logaritma:

$$\log_a x = b, \quad \log_x a = b$$

Zapišimo definicijo logaritma:

Def.: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$ pri čemer je $x > 0$ in $a > 0, a \neq 1$

Pri logaritemskih enačbah moramo vedno preveriti, če je rešitev ustrezna ($x > a, a > 0, a \neq 1$).

Rešitev	
<p>3 a) $\log_2 x = 1$</p> $2^1 = x$ $\underline{x = 2} \quad x > 0, \text{ rešitev ustreza}$	<p>b) $\log_x 64 = 3$</p> $x^3 = 64$ $x^3 = 4^3$ $\underline{x = 4} \quad a > 0, \text{ rešitev ustreza}$
<p>c) $\log_4 16 = x$</p> $4^x = 16$ $4^x = 4^2$ $\underline{x = 2}$ <p>Ni log. enačba in ni treba preverjati rešitve.</p>	<p>č) $\log_{\frac{1}{3}} x = 2$</p> $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = x$ $\underline{x = \frac{1}{9}} \quad x > 0, \text{ rešitev ustreza}$

<p>d) $\log_x \sqrt[3]{3} = \frac{1}{3}$</p> $x^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$ $\underline{x=3} \quad a>0, \text{ rešitev ustreza}$	<p>e) $\log_3 \left(\frac{1}{27} \right) = x$</p> $3^x = \frac{1}{27}$ $3^x = 3^{-3}$ $\underline{x=-3} \quad \text{ni log. enačba}$
<p>f) $\log_3 x = -2$</p> $3^{-2} = x$ $x = \frac{1}{9} \quad x>0, \text{ rešitev ustreza}$	<p>g) $\log_x 4 = -2$</p> $x^{-2} = 4^{\left(-\frac{1}{2}\right)}$ $\left(x^{-2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{-\frac{1}{2}}$ $\underline{x=2^{-1} = \frac{1}{2}} \quad a>0, \text{ rešitev ustreza}$
<p>h) $\log_{25} \sqrt{5} = x$</p> $25^x = \sqrt{5}$ $5^{2x} = 5^{\frac{1}{2}}$ $2x = \frac{1}{2}$ $\underline{x = \frac{1}{4}} \quad \text{ni log. enačba}$	<p>i) $\log_{16} x = 0,5$</p> $16^{\frac{1}{2}} = x$ $\left(4^2\right)^{\frac{1}{2}} = x$ $\underline{x=4} \quad x>0, \text{ rešitev ustreza}$
<p>j) $\log_x 8 = 0,75$</p> $x^{\frac{3}{4}} = 8^{\left(\frac{4}{3}\right)}$ $x = \left(2^3\right)^{\frac{4}{3}} = 2^4$ $\underline{x=16} \quad a>0, \text{ rešitev ustreza}$	<p>k) $\log_3 0,\bar{3} = x$</p> $3^x = \frac{1}{3} \quad \left(0,\bar{3} = \frac{1}{3}\right)$ $3^x = 3^{-1}$ $\underline{x=-1} \quad \text{ni log. enačba}$
<p>l) $\log_{\frac{1}{27}} x = -\frac{1}{3}$</p> $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ $27^{\frac{1}{3}} = x$ $\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}} = x$ $\underline{x=3} \quad x>0, \text{ rešitev ustreza}$	<p>m) $\log_x 0,01 = 2$</p> $x^2 = \frac{1}{100}$ $x^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2$ $\underline{x = \frac{1}{10} = 0,1} \quad a>0, \text{ rešitev ustreza}$

$$\text{n) } \log_{27}\left(\frac{1}{81}\right) = x$$

$$27^x = \frac{1}{81}$$

$$3^{3x} = 3^{-4}$$

$$3x = -4$$

$$\underline{x = -\frac{4}{3}}$$

ni log. enačba

SATCITANANDA