

**Str. 32, naloga 18: Reši naslednje racionalne enačbe**

a)  $\frac{3}{2x+2} - \frac{5}{2} = \frac{5}{x+1}$

b)  $\frac{7}{2x^2-x} + \frac{2}{4x^2-1} = \frac{1}{2x^2+x}$

c)  $\frac{2}{x^2-x+1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x-1}{x^3+1}$

Rešitev	Razlaga
<p>a) <math>\frac{3}{2x+2} - \frac{5}{2} = \frac{5}{x+1}</math>  <b>Reši enačbo</b></p> <p>Razstavim imenovalc:</p> $\frac{3}{2(x+1)} - \frac{5}{2} = \frac{5}{x+1} / 2(x+1)$ <p><b>(1)</b> Množim s skupnim imenovalcem <math>2(x+1)</math></p> <p><b>(3)</b> rešim enačbo</p> $\begin{aligned} 3 - 5(x+1) &= 10 \\ 3 - 5x - 5 &= 10 \\ -5x - 2 &= 10 \\ -5x &= 12 \\ x &= -\frac{12}{5} \end{aligned}$ <p>In zapišem pogoje <b>(2)</b></p> $\begin{aligned} x+1 &\neq 0 \\ x &\neq -1 \end{aligned}$ <p><b>(4)</b> <math>-\frac{12}{5} \neq -1</math></p> <p>Torej je <math>x = -\frac{12}{5}</math> rešitev naše enačbe</p> <p><b>(5)</b> <math>\mathfrak{R} = \left\{ -\frac{12}{5} \right\}</math></p>	<p>Racionalne enačbe so enačbe z neznanko v imenovalcu. Te enačbe vedno</p> <p><b>(1)</b> množim z najmanjšim skupnim imenovalcem</p> <p>in</p> <p><b>(2)</b> napišem pogoje tj., pri kateri neznanki imenovalac ne sme biti enak 0.</p> <p><b>(3)</b> Rešim enačbo.</p> <p><b>(4)</b> Rešitev iz (3) ne sme biti enaka neznanki iz pogoja, oz. če je enaka neznanki iz pogoja, potem ni rešitev enačbe.</p> <p><b>(5)</b> Zapišem rešitve, ki ustrezajo racionalni enačbi.</p>

$$b) \frac{7}{2x^2 - x} + \frac{2}{4x^2 - 1} = \frac{1}{2x^2 + x}$$

Reši enačbo

Razstavim imenovalce:

$$\frac{7}{x(2x-1)} + \frac{2}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{1}{x(2x+1)} / x(2x+1)(2x-1)$$

(1) Množim s skupnim imenovalcem  $x(2x+1)(2x-1)$

(3) Rešim enačbo

$$7(2x+1) + 2x = 2x-1$$

$$14x + 7 = 2x - 1$$

$$16x + 7 = 2x - 1$$

$$16x - 2x = -1 - 7$$

$$14x = -8 / : 2$$

$$7x = -4 / : 7$$

$$x = -\frac{4}{7}$$

ter zapišem pogoje (2):

$$x \neq 0$$

$$2x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$2x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

(4) Rešitev  $x = -\frac{4}{7}$  ni v »prepovedanih« rešitvah (2), zato je to tudi

(5) rešitev naše enačbe  $\mathfrak{R} = \left\{ -\frac{4}{7} \right\}$

$$c) \frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x-1}{x^3 + 1}$$

Reši enačbo

Razstavim imenovalce

$$\frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x+1} + \frac{2x-1}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$$

(1) Množim s skupnim imenovalcem

$$(x+1)(x^2 - x + 1):$$

$$2(x+1) = x^2 - x + 1 + 2x - 1$$

(3) Rešim enačbo

$$2x + 2 = x^2 + x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$\underline{x_1 = 2} \quad \underline{x_2 = -1}$$

Spomnim se formule:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2), \text{ da lahko razcepim}$$

$$x^3 + 1^3 = (x+1)(x^2 - x + 1)$$

Vemo, da tričlenik ni razcepen v realnem ( $D < 0$ ).

in zapišem pogoje

$$(2) x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$x^2 - x + 1 \neq 0$$

je pa tako vedno  $\neq 0$  za vse realne x-e ker je  $D < 0$

Rešitev  $x_2 = -1$  je prepovedana (4), zato napišem v množico rešitev samo  $x_1 = 2$

(5)  $\mathfrak{R} = \{2\}$