

Zbirka nalog za srednje šole: MATEMATIKA

J. Dolenšek, M. Prosen, M. Vagaja: KOTNE FUNKCIJE. TRIGONOMETRIJA

Poglavlje VI.: Grafa funkcij tangens in kotangens

Stran 30, naloga 15a: Nariši graf funkcije:

Rešitev:

$$f(x) = 2 \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{2})$$

Graf

$$y_1 = \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{2}) = \frac{\sin(x + \frac{\pi}{2})}{\cos(x + \frac{\pi}{2})}$$

Najprej poiščem ničle in pole funkcije y_1 . Razteg za 2 v smeri y naredim na koncu.

N: $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = 0$

Glej graf kotne funkcije $y = \sin x$

$$x + \frac{\pi}{2} = 0^0 + k\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

k=0 $x_0 = -\frac{\pi}{2}$

k=1 $x_1 = \frac{\pi}{2}$

Razlaga:

Najprej moram znati narisati $f(x) = \operatorname{tg} x$. Narišem jo tako, da upoštevam zvezo $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$, torej moram poiskati najprej ničle N in pole P, pri čemer upoštevam, da velja $\operatorname{tg}(x + k\pi) = \operatorname{tg} x$

$$k \in \mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}.$$

Sedaj narišem graf funkcije $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x}$

N: števec=0

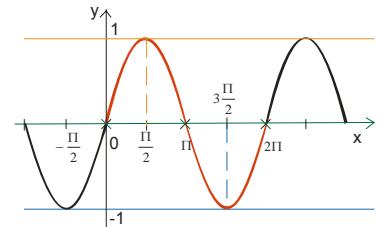
$$\sin x = 0$$

$$x = 0^0 + k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0; x_0 = 0$$

$$k=1; x_1 = \pi$$



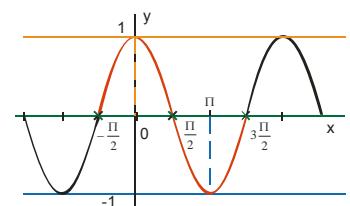
P: imenovalec=0

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0; x_0 = \frac{\pi}{2}$$



Tu dobim definicijsko območje za funkcijo tako, da od \mathbb{R} odštejem pole (v katerih funkcija ni definirana)

$$P: \cos(x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$x = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$$

k=0 x=0

Narišem graf $y_1(x)$.

Sedaj pa naredim še razteg za 2 v smeri osi y in dobim graf :

$$f(x) = 2\tan(x + \frac{\pi}{2})$$

Lahko pa graf funkcije narišem tudi s premiki in raztegi.

Narišem:

1.) $y_1 = \tan x$, in jo premaknem za

$\frac{\pi}{2}$ levo. Dobim

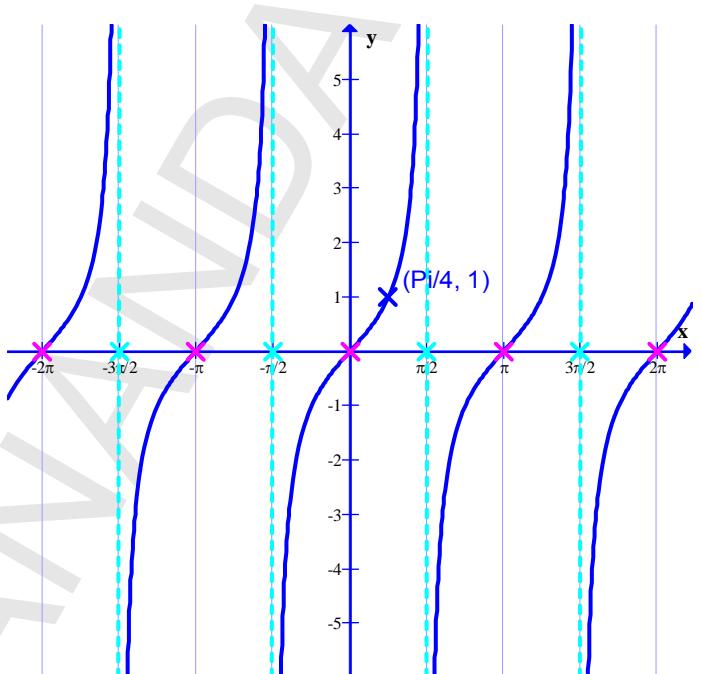
2.) $y_2 = \tan(x + \frac{\pi}{2})$ in nato vsak y množim z 2, da dobim iskani graf

$$3.) y = 2\tan(x + \frac{\pi}{2})$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

Za graf v pravokotni koordinatni sistem vrišem ničle in pole in v polih tudi navpične asimptote.

Tako ničle kot asimptote se ponavljajo na π .



Med dvema zaporednima ničlama je vedno pol.

Tako, kot je med dvema zaporednima poloma vedno ničla. Za graf zadostuje, da izračunam samo pole ali samo ničle.

Sedaj pa izberem še točko (kot pri racionalni funkciji), da vem, kako začeti risati graf.

$$\text{Vzamem } x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow f(\frac{\pi}{4}) = \tan(\frac{\pi}{4}) = 1$$

Ugotovim, da točka $(\frac{\pi}{4}, 1)$ leži na grafu. Narišem

osnovni val na intervalu od $(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$. Na ostalih intervalih se to ponavlja.

